

Monomi

Izraze oblika: $2, 5, 3a, x, x^2, -7ab, -\frac{3}{5}x, a^2b^2, x^2y^2, 2ab \cdot 5b^3$ itd. nazivamo **monomi** (grčki monom znači jednočlan).

Monomi su, kao što vidimo, izrazi koji sadrže proizvod konstante i stepena proizvoljnih promjenljivih. Svaku konstantu možemo smatrati monomom.

Uobičajeno je da monome pišemo u obliku proizvoda jedne konstante (koju nazivamo **koeficijent**) i stepena jedne ili više promjenljivih, kojeg nazivamo **glavna veličina ili osnova**.

U monomu koeficijent obično pišemo na prvom mjestu, a glavnu veličinu na drugom mjestu. Bez obzira na broj promjenljivih u monomu **koeficijent i glavna veličina čine jednočlani izraz**.

Možemo reći: **Monom je jednočlani algebarski izraz**.

Za dva monoma koji imaju jednake glavne veličine (iste promjenljive i ist izlozioci) kažemo da su slični ili istoimeni monomi.

Primjer: Slični monomi su: $3a$ i $7a$ (jer je u oba monoma glavna veličina **a**), zatim slični su: $5x^2y^2$ i $-2x^2y^2$ (jer oba monoma imaju za glavnu veličinu x^2y^2), zatim slični monomi su: $\frac{4}{3}x^2y^5$ i $-12x^2y^5$ (jer oba monoma imaju istu glavnu veličinu, a to je x^2y^5) i tako dalje.

Primjer monoma koji NISU slični: Nisu slični monomi $5a$ i $5x$ (jer ova dva monoma nemaju iste glavne veličine, tj. prvi monom ima glavnu veličinu **a**, a drugi **x**)
Zatim, naprimjer, NISU slični monomi $3a$ i $7x^2$ (jer ova dva monoma, isto tako, nemaju jednake glavne veličine tj. prvi monom ima glavnu veličinu **a**, a drugi x^2) i tako dalje.

Zadatak za samostalan rad: Napišite nekoliko sličnih monoma, a zatim nekoliko monoma koji NISU slični.

Sabiranje i oduzimanje monoma

Osnovno pravilo: Sabirati i oduzimati možemo samo **SLIČNE** monome.

Znamo da su monomi $2x$ i $3x$ kraće napisani zbrojevi brojeva jednakih broju x , tj. :

$$2x = x+x \quad ; \quad 3x = x+x+x$$

Zato zbir sličnih monoma možemo pisati:

$$2x+3x = x+x+x+x+x = 5x$$

$$2x+3x = (2+3)x = 5x$$

Slično pišemo i ako imamo, naprimjer:

$$3a+2a+a = (3+2+1)a = 6a$$

Iz ovih i sličnih primjera vidimo da slične monome sabiramo tako da saberemo njihove koeficijente, pa taj zbir koeficijenata pomnožimo glavnom veličinom monoma.

Drugim riječima možemo reći:

Definicija: Slične monome sabiramo tako što koeficijente saberemo, pa taj zbir pomnožimo glavnom veličinom tih monoma.

Primjer:

$$a) \quad 4a+7a = (4+7) \cdot a = 11 \cdot a = 11a$$

$$b) \quad 11x^2 + 4x^2 = (11+4)x^2 = 15x^2$$

$$c) \quad 35y^2a + y^2b + 2y^2b = (35+1+2) \cdot y^2b = 38y^2b \quad \text{itd.}$$

Uz y^2b podrazumijena 1 (koju obično ne pišemo), tj. $1 \cdot y^2b$

Vidimo da je zbir dva ili više sličnih monoma monom sličan tim monomima.

Slična definicija važi i za oduzimanje monoma:

Definicija: Slične monome oduzimamo tako što koeficijente oduzmemo, pa tu razliku pomnožimo glavnom veličinom tih monoma.

Vidimo da je razlika sličnim monoma monom koji je sličan tim monomima

Primjer:

$$a) \quad 4a - 7a = (4-7) \cdot a = -3 \cdot a = -3a$$

$$b) \quad 11y^2 - 2y^2 - 14y^2 = (11-2-14) \cdot y^2 = -5 \cdot y^2 = -5y^2 \quad \text{itd.}$$

Množenje i dijeljenje monoma

Monome smo definirali kao proizvod brojeva, a poznato nam je da se u proizvodu možemo koristiti zakonima **komutacije i asocijacije**. Zato kod množenja možemo pisati:

$$1) 2a \cdot 5x = 2 \cdot 5 \cdot a \cdot x = 10ax$$

$$2) 4ax \cdot 3by = 4 \cdot 3 \cdot ax \cdot by = 12abxy = 12abxy$$

$$3) 3a^2 \cdot 2b^2 \cdot 5c^2 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 30a^2b^2c^2$$

$$4) (-3ax) \cdot (-5by) = (-3) \cdot (-5) \cdot ax \cdot by = 15abxy = 15abxy$$

Iz predhodnih primjera vidimo da je *rezultat* proizvoda dva monoma monom.

Definicija: Monom množimo monomom tako da pomnožimo koeficijent sa koeficijentom, a glavnu veličinu sa glavnom veličinom.

Na isti način množimo monome kod kojih su glavne veličine stepeni.

Primjer:

$$1) 3x^2 \cdot 5x = 3 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x = 15x^3$$

$$2) 4a^2b \cdot 3a^3b^3 = 4 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot b \cdot b^3 = 12a^5b^4$$

$$3) 7a^2b^3c \cdot (-2ab^2c^3) = 7 \cdot (-2) \cdot a^2 \cdot a \cdot b^3 \cdot b^2 \cdot c \cdot c^3 = -14a^3b^5c^4$$

Da bismo objasnili dijeljenje monoma monomom, ovdje moramo primijeniti poznate osobine:

1) Proizvod je djeljiv svakim svojim faktorom: $ab:a=b$ i $ab:b=a$

2) Količnik ne mijenja svoju vrijednost kada i djeljenik i djelilac podijelimo istim brojem različitim od nule, a to znači da količnik možemo da skratimo istim brojem različitim od nule:

$$2x:2y=x:y, \text{ gdje je } (y \neq 0)$$

$$ac:bc=a:b, \text{ gdje je } (c \neq 0) \text{ i } (b \neq 0)$$

Predhodnim osobinama količnika koristimo se pri dijeljenju monoma:

$$3x:3=x:1=x \quad \text{ili} \quad 3x:3=x$$

$$abc:bc=a:1=a \quad \text{ili} \quad abc:bc=a$$

Iz predhodnih primjera zaključujemo:

Definicija: Monom dijelimo monomom tako da i djeljenik i djelilac podijelimo njihovim zajedničkim djeliocem.

U slučaju da monomi koje dijelimo nemaju zajedničkog djelioca, tj. da su relativno prosti, onda naznačeno dijeljenje pišemo u obliku razlomka:

$$\text{Primjer: } 2x:3y = \frac{2x}{3y} \quad (y \neq 0) \quad ; \quad 5ax:8by = \frac{5ax}{8by} \quad (b \neq 0) \text{ i } (a \neq 0)$$

U slučaju da su glavne veličine stepeni jednakih baza, onda primjenjujemo i pravila dijeljenja stepena jednakih baza, tj.

Primjer: $6x^2 : 3x = 2x$; $12a^5b^3 : 3a^2b = 4a^3b^2$

Riješeni zadaci

1) Odrediti koeficijent i glavnu veličinu u sljedećim monomima:

a) $3a$

b) $-4x$

c) $2ab$

d) $-2,7xyz$

e) x

f) $-a^3$

g) $2\frac{1}{3}yx^2$

Rješenje:

- a) **3** je koeficijent ; **a** je glavna veličina
- b) **-4** je koeficijent ; **x** je glavna veličina
- c) **2** je koeficijent ; **ab** je glavna veličina
- d) **-2,7** je koeficijent ; **xyz** je glavna veličina
- e) **1** je koeficijent ; **x** je glavna veličina
- f) **-1** je koeficijent ; a^3 je glavna veličina
- g) $2\frac{1}{2}$ je koeficijent ; yx^2 je glavna veličina

2) Odredi međusobno slične (istoimene monome):

- a) $3x$, $7xy$, $-2a$, $3ab$, $-4x$, a , $-7ab$, xy ;
- b) $3a^2$, $4a^3$, $-3a^3$, $7a^2$, $3a^2b$, $-3ab^2$, $4a^2b$;
- c) $8abc$, $-xyz$, $-abc$, $0,2xyz$, $-2abc$, $2xyz$;

Rješenje:

- a) Slični monomi su: $3x$ i $-4x$; zatim $7xy$ i xy ; zatim $-2a$ i a ; zatim $3ab$ i $-7ab$
- b) Slični monomi su: $3a^2$ i $7a^2$; zatim $4a^3$ i $-3a^3$; zatim $3a^2b$ i $4a^2b$; monom $-3ab^2$ nije sličan ni jednom datom monomu.
- c) Slični monomi su: $8abc$, $-abc$ i $-2abc$; zatim $-xyz$, $0,2xyz$ i $2xyz$

3) Izračunaj (saberu slične monome):

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} & 3a+5a=, & 7x+5x=, & 3m+10m=, & 6y+5y=, & 4ax+3ax= \\ \text{b)} & 7b+2b=, & 5k+11k=, & 2r+5r=, & 3z+2z=, & 2by+23by= \\ \text{c)} & 8,2a+3,5a=, & 5,9x+1,1x=, & 4,6y+2,5y=, & 2,8z+6,2z= & \\ \text{d)} & \frac{2}{5}a+\frac{1}{5}a=, & \frac{3}{8}x+\frac{2}{8}x=, & z+\frac{3}{5}z=, & 4n+\frac{2}{3}n= & \end{array}$$

Rješenje:

$$\text{a)} 3a + 5a = (3 + 5) \cdot a = 8a$$

$$7x + 5x = (7 + 5) \cdot x = 12x$$

$$3m + 10m = (3 + 10) \cdot m = 13m$$

$$6y + 5y = (6 + 5) \cdot y = 11y$$

$$4ax + 3ax = (4 + 3) \cdot ax = 7ax$$

$$\text{b)} 7b + 2b = (7 + 2)b = 9b$$

$$5k + 11k = (5 + 11)k = 16k$$

$$2r + 5r = (2 + 5)r = 7r$$

$$3z + 2z = (3 + 2)z = 5z$$

$$2by + 23by = (2 + 23)by = 25by$$

$$\text{c)} 8,2a + 3,5a = (8,2 + 3,5)a = 11,7a$$

$$5,9x + 1,1x = (5,9 + 1,1)x = 7x$$

$$4,6y + 2,5y = (4,6 + 2,5)y = 7,1y$$

$$2,8z + 6,2z = (2,8 + 6,2)z = 9z$$

$$\text{d)} \frac{2}{5}a + \frac{1}{5}a = \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right)a = \frac{2+1}{5}a = \frac{3}{5}a$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{2}{8}x = \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right)x = \frac{3+2}{8}x = \frac{5}{8}x$$

$$z + \frac{3}{5}z = \left(1 + \frac{3}{5}\right)z = \frac{5+3}{5}z = \frac{8}{5}z$$

$$4n + \frac{2}{3}n = \left(4 + \frac{2}{3}\right)n = \frac{12+2}{3}n = \frac{14}{3}n$$

4) Izračunaj (oduzmi slične monome):

Napomena: Rješenja u narednim zadacima su data u cjelosti odmah sa postavkom, bez odvanja „Rješenja“ kao u predhodnim zadacima.

a) $12x - 3x = (12 - 3) \cdot x = 9x$

$$4x - 8x = (4 - 8)x = -4x$$

$$3y - 9y = (3 - 9)y = -6y$$

$$7y - 3y = (7 - 3)y = 4y$$

b) $8ab - 3ab = (8 - 3)ab = 5ab$

$$4xy - 6xy = (4 - 6)xy = -2xy$$

$$7ab - 3ab = (7 - 3)ab = 4ab$$

$$8xy - 12xy = (8 - 12)xy = -4xy$$

$$5xy - 5xy = (5 - 5)xy = 0 \cdot xy = 0$$

$$12abc - 6abc = (12 - 6)abc = 6abc$$

$$2abc - 10abc = (2 - 10)abc = -8abc$$

$$7ax - 17ax = (7 - 17)ax = -10ax$$

$$axy - 4axy = (1 - 4)axy = -3axy$$

c) $3,6a - 2,4a = (3,6 - 2,4)a = 1,2a$

$$4,1xy - 2,1xy = (4,1 - 2,1)xy = 2xy$$

$$6abx - 7abx = (6 - 7)abx = -1abx = -abx$$

$$8xyz - 12xyz = (8 - 12)xyz = -4xyz$$

$$\mathbf{d)} \quad \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = \frac{3-2}{5}x = \frac{1}{5}x = \frac{x}{5}$$

$$\frac{3}{4}ab - \frac{2}{3}ab = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)ab = \frac{9-8}{12}ab = \frac{1}{12}ab = \frac{ab}{12}$$

$$\frac{7}{8}xyz - \frac{3}{4}xyz = \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right)xyz = \frac{7-6}{8}xyz = \frac{1}{8}xyz$$

$$\frac{2}{3}abc - \frac{3}{4}abc = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)abc = \frac{8-9}{12}abc = -\frac{1}{12}abc$$

$$\mathbf{e)} \quad a^5 - 3a^5 = (1-3)a^5 = -2a^5$$

$$7x^6 - 4x^6 = (7-4)x^6 = 3x^6$$

$$2a^2b - 4a^2b = (2-4)a^2b = -2a^2b$$

$$2a^3b^2 - 8a^3b^2 = (2-8)a^3b^2 = -6a^3b^2$$

$$4a^5x^7 - 5a^5x^7 = (4-5)a^5x^7 = -a^5x^7$$

5) Obavi naznačene operacije:

$$\mathbf{a)} \quad 2x + 3x + x = (2+3+1)x = 6x$$

$$2ab + 3ab + 4ab = (2 + 3 + 4)ab = 9ab$$

$$5abc + 6abc + 8abc = (5 + 6 + 8)abc = 19abc$$

$$2a^3 + 3a^3 + a^3 = (2 + 3 + 1)a^3 = 6a^3$$

$$3x^2y + 4x^2y + 5x^2y = (3 + 4 + 5)x^2y = 12x^2y$$

$$ab^2 + 2ab^2 + 3ab^2 = (1 + 2 + 3)ab^2 = 6ab^2$$

$$5a + 2a - 11a - a = (5 + 2 - 11 - 1)a = -5a$$

$$4x - 2x - 10x + x = (4 - 2 - 10 + 1)x = -7x$$

$$6x^2 - 2x^2 - 10x^2 + 5x^2 = (6 - 2 - 10 + 5)x^2 = -1x^2 = -x^2$$

$$4a^2b - 5a^2b - 7a^2b - a^2b = (4 - 5 - 7 - 1)a^2b = -9a^2b$$

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x + 4\frac{5}{6}x &= \frac{11}{2}x + \frac{7}{3}x - \frac{1}{6}x + \frac{29}{6}x = \left(\frac{11}{2} + \frac{7}{3} - \frac{1}{6} + \frac{29}{6}\right)x = \\ &= \frac{33 + 14 - 1 + 29}{6}x = \frac{17}{6}x \end{aligned}$$

$$\frac{1}{8}a^3 + \frac{5}{12}a^3 - \frac{1}{4}a^3 - \frac{1}{3}a^3 = \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)a^3 = \frac{3 + 10 - 6 - 8}{24}a^3 = \frac{-1}{24}a^3$$

$$\begin{aligned} a^2b - \frac{1}{4}a^2b + 2\frac{1}{4}a^2b + a^2b &= a^2b + a^2b - \frac{1}{4}a^2b + \frac{9}{4}a^2b = \\ &= \left(1 + 1 - \frac{1}{4} + \frac{9}{4}\right)a^2b = \frac{4 + 4 - 1 + 9}{4}a^2b = \frac{16}{4}a^2b = 4a^2b \end{aligned}$$

b) Napomena: u narednim zadacima oslobodi se zagrada, a onda obavi naznačene operacije.

$$3x^2 + (x^2 + 2x^2) = 3x^2 + x^2 + 2x^2 = (3 + 1 + 2) \cdot x^2 = 6x^2$$

$$10a - (8a + 3a) = 10a - 1 \cdot (8a + 3a) = 10a - 8a - 3a = (10 - 8 - 3)a = -a$$

$$10a^2 - (8a^2 + 3a^2) = 10a^2 - 1 \cdot (8a^2 + 3a^2) = 10a^2 - 8a^2 - 3a^2 = (10 - 8 - 3)a^2 = -a^2$$

$$4y^2 - (y^2 + 5y^2) = 4y^2 - y^2 - 5y^2 = (4 - 1 - 5)y^2 = -2y^2$$

$$4y^2 - (y^2 + 5y) = 4y^2 - y^2 - 5y = (4 - 1)y^2 - 5y = 3y^2 - 5y = y(3y - 5)$$

$$2a - (7a - 4a) = 2a - 7a + 4a = (2 - 7 + 4)a = -a$$

$$5a - [2a - (3a - a)] = 5a - [2a - 3a + a] = 5a - 2a + 3a - a = (5 - 2 + 3 - 1)a = 5a$$

$$10x + (-6x) + (-x) - (-4x) = 10x - 6x - x + 4x = (10 - 6 - 1 + 4)x = 7x$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}x + \left(-\frac{1}{5}x\right) - \left(-\frac{1}{10}x\right) + \left(-\frac{1}{2}x\right) &= \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x - \frac{1}{2}x = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right)x = \\ &= \left(\frac{15 - 4 + 2 - 10}{20}\right)x = \frac{3}{20}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12x^2 - (8x^2 - 13x^2) - (3x^2 + 5x^2) &= 12x^2 - 8x^2 + 13x^2 - 3x^2 - 5x^2 = \\ &= (12 - 8 + 13 - 3 - 5)x^2 = 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2x^2 - (14x^2 - 13x^2)] - [(10x^2 - x^2) - x^2] &= [2x^2 - 14x^2 + 13x^2] - [10x^2 - x^2 - x^2] = \\ &= 2x^2 - 14x^2 + 13x^2 - 10x^2 + x^2 + x^2 = -7x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [(6,2a - 0,4a) - 1,1a] - [0,75a + (1,25a - 0,5a)] &= [5,8a - 1,1a] - [0,75a + 0,75a] = \\ &= 4,7a - 1,5a = 3,2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -[-a - (5a - a) + (-2a - 6a)] - 2a &= -[-a - 4a + (-8a)] - 2a = -[-a - 4a - 8a] + 2a = \\ &= -[-13a] + 2a = 13a + 2a = 15a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\{-x^2 - [(3x^2 + 5x^2) - (-x^2 - 2x^2)] - 2x^2\} &= -\{-x^2 - [8x^2 - (-3x^2)] - 2x^2\} = \\ &= -\{-x^2 - [8x^2 + 3x^2] - 2x^2\} = -\{-x^2 - [11x^2] - 2x^2\} = -\{-x^2 + 11x^2 - 2x^2\} = \\ &= -\{8x^2\} = -8x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{3}{4}z - \frac{1}{2}z \right) - \left(\frac{5}{8}z - \frac{1}{3}z \right) \right] + \left[\left(\frac{2}{3}z - \frac{1}{4}z \right) - \left(\frac{1}{4}z + \frac{1}{8}z \right) \right] = \\ & = \left[\frac{3}{4}z - \frac{1}{2}z - \frac{5}{8}z + \frac{1}{3}z \right] + \left[\frac{2}{3}z - \frac{1}{4}z - \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}z \right] = \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{5}{8} + \frac{1}{3} \right] \cdot z + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right] \cdot z = \\ & = \frac{18-12-15+8}{24}z + \frac{16-6-6-3}{24}z = \frac{-1}{24}z + \frac{1}{24}z = \left(\frac{-1}{24} + \frac{1}{24} \right) \cdot z = 0 \cdot z = 0 \end{aligned}$$

6) Obavi naznačene operacije (pomnoži monome):

a) $3 \cdot 5a = 15 \cdot a = 15a$

$$4 \cdot 0,5a = 2a$$

$$0 \cdot 7x = 0$$

$$0,3 \cdot 10y = 3y$$

b) $7x \cdot 5 = 7 \cdot 5 \cdot x = 35x$

$$10x \cdot y = 10xy$$

$$5ab \cdot 4 = 5 \cdot 4 \cdot ab = 20ab$$

$$5c \cdot 0,5 = 5 \cdot 0,5 \cdot c = 2,5c$$

c) $3a \cdot 2b = 3 \cdot 2 \cdot a \cdot b = 6ab$

$$15a \cdot 2b = 15 \cdot 2 \cdot a \cdot b = 30ab$$

$$4x \cdot \frac{1}{2}y = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot y = 2xy$$

$$-4x \cdot 2y = (-4) \cdot 2 \cdot x \cdot y = -8xy$$

d) $4x \cdot 12y = 4 \cdot 12 \cdot x \cdot y = 48xy$

$$6c \cdot 2z = 6 \cdot 2 \cdot c \cdot z = 12cz$$

$$-8a \cdot (-3b) = -8 \cdot (-3) \cdot a \cdot b = 24ab$$

$$(-2ab) \cdot 0,5xy = (-2) \cdot 0,5 \cdot ab \cdot xy = -1abxy = -abxy$$

e) $2ab \cdot 3xyz = 2 \cdot 3 \cdot ab \cdot xyz = 6abxyz$

$$-4xy \cdot 3ab = -4 \cdot 3 \cdot xy \cdot ab = -12xyab$$

$$-3 \cdot (-4abc) = -3 \cdot (-4) \cdot abc = 12abc$$

$$(-4ab) \cdot 0,4ab = -4 \cdot 0,4 \cdot ab \cdot ab = -1,6 \cdot (ab)^2 = -1,6a^2b^2$$

7) Obavi naznačene operacije (pomnoži monome):

a) $5a \cdot 6b \cdot 2c = 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot c = 60abc$

$$2x \cdot 2y \cdot 0 = 0$$

$$10m \cdot 2n \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 5 \cdot m \cdot n = 100mn$$

$$7,2x \cdot 0,5y \cdot 2z = 7,2 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot x \cdot y \cdot z = 7,2xyz$$

$$\begin{aligned} 1,1a \cdot 0,9b \cdot 2c &= 1,1 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot c = \frac{11}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot c = \frac{11 \cdot 9 \cdot 2}{10 \cdot 10} \cdot a \cdot b \cdot c = \\ &= \frac{99}{50} abc = 1 \frac{49}{50} abc \end{aligned}$$

b) $2u \cdot 4v \cdot 7t = 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot u \cdot v \cdot t = 56uvt$

$$5a \cdot 2x \cdot 12y = 5 \cdot 2 \cdot 12 \cdot a \cdot x \cdot y = 120axy$$

$$2a \cdot (-3b) \cdot (-x) = 2 \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot a \cdot b \cdot x = 6abx$$

$$4ab \cdot 7x \cdot 2y \cdot 2z = 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot ab \cdot x \cdot y \cdot z = 112abxyz$$

$$(-x) \cdot (-2y) \cdot 6ab \cdot (-5uv) = (-1) \cdot (-2) \cdot 6 \cdot (-5) \cdot x \cdot y \cdot ab \cdot uv = -60xyabuv$$

8) Izračunaj (pomnoži date monome):

a) $3a^2 \cdot 5a^3 = 3 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot a^3 = 15 \cdot a^{2+3} = 15a^5$

$$4a^3 \cdot 2a^2 = 4 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 = 8a^5$$

$$2b \cdot 5b^3 = 2 \cdot 5 \cdot b \cdot b^3 = 10b^4$$

$$5a^3 \cdot 4a \cdot 7a^4 = 5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot a^3 \cdot a \cdot a^4 = 140 \cdot a^{3+1+4} = 120a^8$$

$$2x \cdot 3x^2 \cdot 4x^3 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2 \cdot x^3 = 24x^6$$

$$2a^2 \cdot 4a^3 \cdot a^4 = 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 = 8a^9$$

$$8m^3 \cdot 2m \cdot 5 = 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot m^3 \cdot m = 80m^4$$

b) $\frac{1}{4}z^2 \cdot \frac{4}{7}z^7 \cdot z = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} \cdot z^2 \cdot z^7 \cdot z = \frac{1}{7} \cdot z^{2+7+1} = \frac{1}{7}z^{10}$

$$\frac{6}{7}x^2 \cdot \frac{5}{8}x \cdot \frac{8}{9}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{5} \cdot x^2 \cdot x \cdot x = \frac{6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 3}{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5} \cdot x^{2+1+1} = \frac{6 \cdot 3}{7 \cdot 9} x^4 = \frac{18}{7 \cdot 9} x^4 = \frac{2}{7} x^4$$

$$\frac{2}{3}y^2 \cdot \frac{3}{4}y^3 \cdot \frac{4}{5}y \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdot y^{2+3+1} = \frac{2}{6} y^6 = \frac{1}{3} y^6$$

$$(-3abc) \cdot (-2abc) \cdot (-abc) = (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot abc \cdot abc \cdot abc = -6 \cdot (abc)^3 = -6a^3b^3c^3$$

$$2a \cdot 3b^2 \cdot 4b^3 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a \cdot b^2 \cdot b^3 = 24ab^5$$

$$5a^2b^5 \cdot a^3b = 5 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot b = 5 \cdot a^{2+3} \cdot b^{5+1} = 5a^5b^6$$

$$3ab^2 \cdot 4 \cdot a^4b^2 = 3 \cdot 4 \cdot ab^2 \cdot a^4b^2 = 12 \cdot a \cdot a^4 \cdot b^2 \cdot b^2 = 12a^5b^4$$

$$\text{c) } 2ax^2 \cdot 3a^2x \cdot 5a \cdot x^2 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ax^2 \cdot a^2x \cdot a \cdot x^2 = 30 \cdot a \cdot a^2 \cdot a \cdot x^2 \cdot x \cdot x^3 = 30a^4x^6$$

$$4x^2 \cdot y^2 \cdot z \cdot 5xy^3 \cdot z^3 = 4 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z \cdot xy^3 \cdot z^3 = 20 \cdot x^2 \cdot x \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot z \cdot z^3 = \\ = 20 \cdot x^{2+1} \cdot y^{2+3} \cdot z^{1+3} = 20x^3y^5z^4$$

$$7xy^2 \cdot 7 \cdot x^2y \cdot 7x^5y^2 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot xy^2 \cdot x^2y \cdot x^5y^2 = 343 \cdot x \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot y^2 \cdot y \cdot y^2 = \\ = 343 \cdot x^{1+2+5} \cdot y^{2+1+2} = 343x^8y^5$$

$$2xy^2 \cdot 3x^3y^3 \cdot (-2x^3y) = 2 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot xy^2 \cdot x^3y^3 \cdot x^3y = -12x^7y^6$$

9) Stepenuj sledeće monome:

Napomena: Ovde koristimo pravilo za stepenovanje proizvoda. Dakle:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \text{ ili općenito za više (m) faktora: } (a \cdot b \cdot c \cdot \dots \cdot m)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot \dots \cdot m^n$$

$$\text{a) } (5a)^2 = 5^2 \cdot a^2 = 25a^2$$

$$(3a^2)^2 = 3^2 \cdot (a^2)^2 = 9 \cdot a^{2 \cdot 2} = 9a^4$$

$$(4x)^2 = 4^2 \cdot x^2 = 16x^2$$

$$(4x^2)^2 = 4^2 \cdot (x^2)^2 = 16 \cdot x^{2 \cdot 2} = 16x^4$$

$$(2ab)^2 = 2^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 4a^2b^2$$

$$(2ab^2)^2 = 2^2 \cdot a^2 \cdot (b^2)^2 = 4a^2b^4$$

$$\text{b) } (-2ab)^2 = (-2)^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 4a^2b^2$$

$$(-4y)^3 = (-4)^3 \cdot y^3 = -64y^3$$

$$(-3abx)^3 = (-3)^3 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot x^3 = -27a^3b^3x^3$$

$$\left(\frac{1}{2}xyz\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot z^3 = \frac{1}{8}x^3y^3z^3$$

$$(-2xyz^2)^4 = (-2)^4 \cdot x^4 \cdot y^4 \cdot (z^2)^4 = 16x^4y^4z^{2 \cdot 4} = 16x^4y^4z^8$$

$$\left(-\frac{7}{4}x^4yb^2\right)^2 = \left(-\frac{7}{4}\right)^2 \cdot (x^4)^2 \cdot y^2 \cdot (b^2)^2 = \frac{49}{16}x^8y^2b^4$$

10) Na osnovu pravila za množenje monoma, pomnoži:

a) $5(a+b) \cdot 3(a+b) = 5 \cdot 3 \cdot (a+b) \cdot (a+b) = 15 \cdot (a+b)^{1+1} = 15(a+b)^2$

$$4(2x-y)^3 \cdot 2(2x-y)^4 = 4 \cdot 2 \cdot (2x-y)^3 \cdot (2x-y)^4 = 8 \cdot (2x-y)^{3+4} = 8(2x-y)^7$$

$$3a(x-y) \cdot 5a^2(x-y)^3 \cdot 4(x-y)^2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot a \cdot a^2(x-y) \cdot (x-y)^3 \cdot (x-y)^2 =$$

$$= 60 \cdot a^{1+2} \cdot (x-y)^{1+3+2} = 60a^3(x-y)^6$$

$$2(a-b)^3 \cdot 3(a-b) = 2 \cdot 3 \cdot (a-b)^3 \cdot (a-b) = 6 \cdot (a-b)^{3+1} = 6(a-b)^4$$

b) $x(x+y)^5 \cdot 2x(x+y)^3 = x \cdot x \cdot 2 \cdot (x+y)^5 \cdot (x+y)^3 = 2x^2(x+y)^8$

$$3(2a+b)^4 \cdot 3(2a+b)^5 = 3 \cdot 3 \cdot (2a+b)^4 \cdot (2a+b)^5 = 9(2a+b)^9$$

$$3ab(a+b)^2 \cdot 2ab(a+b)^3 = 3 \cdot 2 \cdot (ab)^2 \cdot (a+b)^2 \cdot (a+b)^3 = 6a^2b^2(a+b)^5$$

$$2,5x(x-1)^2 \cdot 10x^3(x-1)^3 = 2,5 \cdot 10 \cdot x \cdot x^3 \cdot (x-1)^2 \cdot (x-1)^3 = 25 \cdot x^{1+3} \cdot (x-1)^{2+3} =$$

$$= 25x^4(x-1)^5$$

11) Izračunaj:

a) $4a \cdot 5b \cdot 5c - 2a \cdot 3b \cdot 4c = 100abc - 24abc = (100 - 24) \cdot abc = 76abc$

$$2xy \cdot 6z + 2x \cdot 3yz = 12xyz + 6xyz = 18xyz$$

$$-2mn^2 + 5mn^2 - 4mn^2 + 7mn^2 = (-2 + 5 - 4 + 7) \cdot mn^2 = 6mn^2$$

$$3x^3y^5 - 10x^3y^5 + 4x^3y^5 + 8x^3y^5 = (3 - 10 + 4 + 8) \cdot x^3y^5 = 5x^3y^5$$

b)

$$4x \cdot 3y \cdot 2z + 2x \cdot y \cdot 7z - 3x \cdot 4y \cdot 5z - xy \cdot 2z = 24xyz + 14xyz - 60xyz - 2xyz = \\ = (24 + 14 - 60 - 2) \cdot xyz = -24xyz$$

$$2a \cdot 5b + 3a \cdot 7b + 4a \cdot 9b - a \cdot 5b - 5a \cdot 3b - 10a \cdot 3b = \\ = 10ab + 21ab + 36ab - 5ab - 15ab - 30ab = (10 + 21 + 36 - 5 - 15 - 30) \cdot ab = 17ab$$

$$6x \cdot 2a + 3a \cdot 2x - 5x \cdot 2a + 10a \cdot 2x + 3ax - 5xa = \\ = 12xa + 6xa - 10xa + 20xa + 3ax - 5xa = \\ = (12 + 6 - 10 + 20 + 3 - 5) \cdot ax = 26ax$$

$$(-2a) \cdot (-3x) \cdot (-5b) + 3b \cdot (-4a) \cdot (-2x) - (-5x) \cdot (-6a) \cdot (-4b) = \\ = -30axb + 24bax - (-120xab) = -30abx + 24abx + 120abx = \\ = (-30 + 24 + 120) \cdot abx = 114abx$$

$$(-4ax) \cdot (-3by) - (-3ax) \cdot (-2by) + (-2by) \cdot (-4ax) = \\ = 12axby - 6axby + 8byax = 12axby - 6axby + 8axby = \\ = (12 - 6 + 8) \cdot axby = 14axby = 14abxy$$

$$10a^2b^3 - (4a \cdot 3ab^3 - 5a^2b \cdot b^2) - 6a^2b^3 - 7ab \cdot ab^2 = \\ = 10a^2b^3 - (12a^2b^3 - 5a^2b^3) - 6a^2b^3 - 7a^2b^3 = \\ = 10a^2b^3 - 7a^2b^3 - 6a^2b^3 - 7a^2b^3 = -10a^2b^3$$

12) Podijeli monome:

a) $9x : 3 = 3x$

$$8x : 4 = 2x$$

$$12xy : 4 = 3xy$$

$$6xy : 3x = 2y$$

$$12abc : 3 = 4abc$$

$$12abc : 3a = 4bc$$

$$12abc : 6c = 2ab$$

b) $18x : 9 = 2x$

$$-20xy : 4 = -5xy$$

$$\frac{9}{8}xy : \frac{3}{4}x = \frac{3}{2}y$$

$$30a^2 : 6 = 5a^2$$

$$\frac{2}{3}a^2 : \frac{1}{6}a = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot a^{2-1} = 4a$$

$$10a^2x^2 : 5a = 2ax^2$$

$$15a^2b^2c : 5a^2b^2c = 3$$

c) $8a^3 : 2a^2 = 4a$

$$10a^2x^2 : 5ax = 2ax$$

$$(-12abc) : (-6ab) = 2c$$

$$(-16x^2y^2) : (-6x^2y) = \frac{-16}{-6}y = \frac{8}{3}y$$

d) $6a^5 : 3a^2 = 2a^3$

$$36x^2y^3z^3 : 3xyz^2 = 12xy^2z$$

$$50x^3y^4 : 5xy^3 = 10x^2y$$

$$-24a^5x^6 : (-6a^2x^2) = \frac{-24}{-6}a^3x^4 = 4a^3x^4$$

$$60a^3b^2 : 15ab = 4a^2b$$

$$8x^2y^3 : (-2y^3) = -4x^2$$

$$1\frac{5}{8}x^2y^2 : 1\frac{1}{12}x^2 = \frac{13}{8}x^2y^2 : \frac{13}{12}x^2 = \frac{3}{2}y^2$$

Napomena: Dijeljenje dva monoma, radi lakhoće, možemo prikazati i razlomkom:

$$\text{Npr. } 6a^5 : 3a^2 = \frac{6 \cdot a^5}{3 \cdot a^2}$$

Oдавде jasno možemo vidjeti da treba podijeliti 6 sa 3 i dva stepena jednakih baza, to jest a^5 sa a^2 .

Dakle, imamo:

$$6a^5 : 3a^2 = \frac{6a^5}{3a^2} = 2 \cdot a^{5-2} = 2a^3$$

e) $72a^3b^4c^2 : (-12ab^2c^2) = \frac{72a^3b^4c^2}{-12ab^2c^2} = -6 \cdot a^{3-1} \cdot b^{4-2} \cdot c^{2-2} = -6a^2b^2c^0 = -6a^2b^2$

$$-12x^8y^5 : (-3x^3y^2) = \frac{-12x^8y^5}{-3x^3y^2} = 4 \cdot x^{8-3} \cdot y^{5-2} = 4x^5y^3$$

$$18a^6b^3 : (-3a^3b^3) = \dots = -6a^3b^0 = -6a^3$$

$$-36a^7b^7c^7 : (-12a^7bc^6) = \dots = 3a^0b^6c = 3b^6c$$

$$4m^5x^2y^8 : 2mxy^2 = 2m^4xy^6$$

13) Obavi naznačene operacije:

$$4a : 2 + 6a : 3 + 8a : 4 = 2a + 2a + 2a = 6a$$

$$32x : 8 + 24x^2 : 6x - 12x^3 : 4x^2 = 4x + 4x - 3x = 8x - 3x = 5x$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x^2y^2 : \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x^3y^3 : \frac{1}{5}x^2y + \frac{3}{4}x^2y^3 : \frac{3}{8}xy &= \\ = 2xy^2 - 3xy^2 + 2xy^2 = (2 - 3 + 2) \cdot xy^2 = xy^2 \end{aligned}$$

Zadaci za samostalan rad učenika

1) Obavi naznačene operacije sa monomima:

a) $(10a - 2a) + (2a - 7a) - (4a - 3a) =$

b) $(5xy - 10xy) + (5xy - xy) - (5xy - 11xy) =$

c) $(4,1b - 5,6b) - (7,3b - 8,5b) + (2,9b - 2,1b) =$

d) $(4a^2b + 5a^2b - 7a^2b) - (a^2b - 10a^2b + 2a^2b) =$

e) $2a^2x - (-11a^2x - a^2x - xy^2) - xa^2 - (1 - xa^2) =$

2) Obavi naznačeno množenje (dijeljenje) monoma:

a) $2ax \cdot 6bx =$

$$8x \cdot 2axy =$$

$$8m \cdot m^5 =$$

$$8m \cdot 2m^2 \cdot m^5 =$$

$$8m^3 \cdot 2m^2 \cdot m^5 =$$

$$4a^3 \cdot a^3 \cdot a \cdot 5a^2 \cdot a =$$

$$10bx^3 \cdot 2b^2x \cdot 5bx^2 =$$

b) $16x^5 : x =$

$$49y^4x : 7yx =$$

$$64ky^5 : 2y^3 =$$

$$30as^7 : 10s^2 =$$

$$0,75a^2x^3 : 1\frac{1}{8}x^2 =$$

$$-27xy^2z^4 : 3yz^2 =$$

3) Izračunaj:

Uputa: oslobodi se zagrada, pa reduciraj izraz.

a) $(7x - 3y) - \{(2x - 7y) - [(5x - 4y) - (6x + 3y)]\} =$

b) $8x + \{2x - 3x - [(x + 6x) - (3x - x)] - 4\} =$

c) $(y^2 - y + 1) + \{[(7y + 3y^2 - 4) - (y^2 - 10y - 1)] - (1 - y - y^2)\} =$

4) Obavi naznačeno računanje:

Uputa: najprije obavi množenje (dijeljenje) monoma, a onda sabiranje i oduzimanje.

a) $4a \cdot 3b \cdot 5c + 2a \cdot b \cdot 7c - 3a \cdot 7b \cdot 5c - ab \cdot 2c =$

b) $2ax \cdot 4b + 5ax \cdot 2b - 2ab \cdot 3x - 3ab \cdot 3x =$

c) $2a \cdot 5b \cdot c - 4a \cdot 9b \cdot c + ab \cdot 2c - 5a \cdot 2bc + 10c \cdot ab =$

d) $(-5a) \cdot (-2x) \cdot 6b - (-2a) \cdot (-2b) \cdot 3x + (-5b) \cdot (2ax) =$

e) $3x^2y \cdot 4x^2y^2 - 2x^2y^2 \cdot 3x^2y - 8x^4y^3 =$

f) $27a^3b^2 : 3a^2b - \frac{1}{6}a^4b^3 : \frac{1}{2}a^3b^2 =$